

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой
уравнений в частных производных
и теории вероятностей



А.В. Глушко
19.05.2022

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.34 Универсальные математические пакеты

- 1. Код и наименование направления подготовки: 02.03.01 Математика и компьютерные науки**
- 2. Профиль подготовки: Математические методы и компьютерные технологии в естествознании, экономике и управлении, Математическое и компьютерное моделирование**
- 3. Квалификация выпускника: Бакалавр**
- 4. Форма обучения: Очная**
- 5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: Кафедра уравнений в частных производных и теории вероятностей математического факультета**
- 6. Составители программы: Ткачева С.А., канд. физ.-мат. наук, доцент**
- 7. Рекомендована: Научно-методическим советом математического факультета
Протокол № 0500-03 от 24.03.22**
- 8. Учебный год: 2025/ 2026 Семестр: 7**

9. Цели и задачи учебной дисциплины

Целями освоения учебной дисциплины являются:

- получение студентами теоретических знаний и практических навыков работы с современными пакетами прикладных математических программ для освоения методов решения задач математического моделирования физических процессов;
- формирование математической культуры студентов.

Задачи учебной дисциплины:

- изучение основ работы с современными пакетами прикладных математических программ;
- овладение навыками решения задач алгебры и математического анализа
- овладение навыками решения задач для дифференциальных уравнений и уравнений с частными производными численными методами.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Дисциплина «Универсальные математические пакеты» к обязательной части Блока 1.

Для его успешного освоения необходимы знания и умения, приобретенные в результате обучения по предшествующим дисциплинам: «Математический анализ», «Алгебра», «Технология программирования и работа на ЭВМ», «Дифференциальные уравнения», «Уравнения математической физики».

Студент должен свободно владеть математическим анализом, теорией рядов, теорией функций комплексной переменной, элементами линейной алгебры, обладать полными знаниями курса обыкновенных дифференциальных уравнений, технологией программирования и работой на ЭВМ.

Дисциплина является предшествующей для курса «Численные методы».

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-4	Способен находить, анализировать, реализовывать программно и использовать на практике математические алгоритмы, в том числе с применением современных вычислительных систем	ОПК-4.1.	Знает базовые основы современного математического аппарата, связанного с проектированием, разработкой, реализацией и оценкой качества программных продуктов программных комплексов различных областях человеческой деятельности	Знать: основы математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики. Уметь: решать задачи математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики.
		ОПК-4.2.	Умеет использовать математический аппарат,	Владеть: навыками профессионального мышления Знать: основные понятия и методы прикладных программных средств, определения, термины, подходы к решению прикладных задач базовых курсов, знать

			связанный с проектированием, разработкой, реализацией и оценкой качества программных продуктов, в профессиональной деятельности	прикладные программы Уметь: применять на практике основные методы прикладных программных средств, в общем виде выполнять математическую постановку прикладных задач, производить выбор численного решения Владеть: навыками работы с компьютером, отладки и тестирования программного обеспечения
		ОПК-4.3.	Имеет практический опыт применения современного математического аппарата, связанного с проектированием, разработкой, реализацией и оценкой качества программных продуктов и программных комплексов в различных областях человеческой деятельности	Знать: основные понятия и методы прикладных программных средств, определения, термины, подходы к решению прикладных задач базовых курсов, знать прикладные программы Уметь: применять на практике основные методы прикладных программных средств, в общем виде выполнять математическую постановку прикладных задач, производить выбор численного решения Владеть: навыками работы с компьютером, отладки и тестирования программного обеспечения

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час.— 2 / 72 .

Форма промежуточной аттестации: Зачет – 7 семестр

13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы		Трудоемкость		
		Всего	По семестрам	
			7 семестр	
Контактная работа		34	34	
в том числе:	лекции	-	16	
	практические	-	-	
	лабораторные	16	16	
	курсовая работа	-	-	
	контрольные работы	1	1	
Самостоятельная работа		40	40	
Форма промежуточной аттестации (<i>зачет – 0 час./экзамен – ____ час.</i>)		зачет	зачет	
Итого:		72	72	

13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с
-----	---------------------------------	-------------------------------	---------------------------------

			помощью онлайн-курса, ЭУМК *
1. Лабораторные занятия			
1.1	Основные программы символьной математики	Mathematica, Maple, альтернативные пакеты (Maxima, Octave, Derive 6), MatLab, MathCad.	https://edu.vs.u.ru/course/view.php?id=1533
1.2	Основные характеристики программы Maxima, операции математического анализа.	Основные характеристики программы Maxima,, интерфейс программы Maxima, численные вычисления, упрощение выражений, тригонометрические преобразования.	
		Простейшие операции математического анализа: вычисление пределов, дифференцирование и интегрирование в Maxima.	
		Числовые ряды. Представление числовых рядов в Maxima.	
1.3	Решение алгебраических уравнений и систем в Maxima. Матричные вычисления.	Матричные вычисления. Определители.	
		Решение алгебраических уравнений в Maxima. Решение систем алгебраических уравнений.	
1.4	Дифференциальные уравнения в Maxima Графические возможности Maxima. Обработка данных	Обыкновенные дифференциальные уравнения, задача Коши.	
		Построение графиков: двумерного и трехмерного изображений, опции графики в Maxima. Обработка данных в Maxima.	
1.5	Приближенные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка в Maxima.	Метод Эйлера	
		Метод Эйлера-Коши, Рунге-Кутта 4 порядка точности	
1.6	Решение краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений методом конечных разностей.	Метод конечных разностей. решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений	
1.7	Метод сеток решения дифференциальных уравнений в частных производных	Метод сеток решения дифференциальных уравнений в частных производных	
		Численное решение дифференциальных уравнений в частных производных	

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1	Основные программы символьной математики			2	2	4
2	Основные характеристики программы Maxima, операции математического анализа			6	6	12
3	Решение алгебраических уравнений и систем в Maxima. Матричные			4	4	8

	вычисления.					
4	Дифференциальные уравнения в Maxima Графические возможности Maxima. Обработка данных			4	6	10
5	Приближенные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка в Maxima			8	8	16
6	Решение краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений методом конечных разностей			2	4	6
7	Метод сеток решения дифференциальных уравнений в частных производных			8	8	16
	Итого:			34	38	72

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

В процессе преподавания дисциплины используются такие виды учебной работы, как лабораторные занятия, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся. Лабораторные занятия реализуются в соответствии с рабочим учебным планом при последовательном изучении дисциплины.

Для обеспечения систематической и регулярной работы по изучению дисциплины и успешного прохождения текущих и промежуточных аттестационных испытаний студенту рекомендуется:

1. Выполнять лабораторные задания. Выполнение лабораторных заданий направлено на отработку навыков использования средств и возможностей изучаемых компьютерных программ. При выполнении задания необходимо привести развернутые пояснения выполнения задания, проанализировать полученные результаты. При необходимости обучающиеся имеют возможность задать вопросы преподавателю и разрешить возникшие трудности.

2. Посещать аудиторные лабораторные занятия; сдавать лабораторные работы по изученным темам. При подготовке и сдачи лабораторных работ рекомендуется использование учебной литературы, дополнительных файлов с теоретическим материалом по изучаемым темам (электронные файлы данных или распечатки материалов передаются студентам). По всем темам представляются материалы, которые используются в работе, как в лаборатории, так и при выполнении заданий в домашних условиях. В связи с тем, что активность обучающегося на лабораторных занятиях является предметом контроля его продвижения в освоении курса, то подготовка к таким занятиям требует ответственного отношения.

3. Выбрать время для работы с литературой по дисциплине в библиотеке и самостоятельной работе в компьютерном классе.

4. Материалы курса в системе «Электронный университет»(4. Материалы курса в системе «Электронный университет» (<https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11533>).

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Ткачева С.А. Построение решений задач для уравнений с частными производными в MAXIMA / С.А Ткачева, Л. В Безручкина, А.С. Рябенко П.В. Садчиков,. - Воронеж: Издательский дом ВГУ, 2021. – 24 с. URL: http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m21-136.pdf
	Ткачева С.А. Символьные вычисления в системах компьютерной математики / С.А Ткачева, П.В. Садчиков, Л.В Безручкина. - Воронеж: Издательский дом ВГУ, 2020. – 69 с.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1	Символьные вычисления в системе компьютерной математики Maxima [Электронный ресурс] : учебное пособие для вузов / Воронеж. гос. ун-т ; сост.: С.А. Ткачева, Л.В. Безручкина, П.В. Садчиков .— Электрон. текстовые дан. — Воронеж, 2015 .— Загл. с титула экрана .— Свободный доступ из интранета ВГУ .— Текстовый файл .— Windows 2000 ; Adobe Acrobat Reader .— <URL: http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m15-268.pdf >.
2	Чичкарев Е.А. Компьютерная математика с Maxima / Е.А. Чичкарев. – М.: ALT Linux, 2009. – 233 с. <URL: https://www.altlinux.org/Images/0/0b/MaximaBook.pdf >.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
1	Mathematica (http:// www.wolfram.com/)
2	Maple 9 Learning Guide.Toronto: Maple Soft,a division of Waterloo Maple Inc., 2003. (http:// www.maplesoft.com/)
3	Maxima (http:// www.maxima.sourceforge.net/)
4	http://www.lib.vsu.ru - электронный каталог ЗНБ ВГУ
5	ЭБС «Университетская библиотека онлайн»
6	Электронный курс https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11533

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1	Символьные вычисления в системе компьютерной математики Maxima [Электронный ресурс] : учебное пособие для вузов : [для студ., обуч. по направлениям 01.03.01 Математика, 02.03.01 Математика и компьютерные науки, 01.03.04 Прикладная математика и по специальности 01.05.01 Фундаментальная математика и механика] : [для 2-5 к. очной формы обучения мат. фак.] / Воронеж. гос. ун-т ; сост.: С.А. Ткачева, Л.В. Безручкина, П.В. Садчиков .— Электрон. текстовые дан. — Воронеж, 2015 .— Загл. с титула экрана .— Свободный доступ из интранета ВГУ .— Текстовый файл .— Windows 2000 ; Adobe Acrobat Reader .— <URL: http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m15-268.pdf >.
2	Ткачева С.А. Символьные вычисления в системах компьютерной математики / С.А Ткачева, П.В. Садчиков, Л.В Безручкина. - Воронеж: Издательский дом ВГУ, 2020. – 69 с.
3	Положение об организации самостоятельной работы обучающихся в Воронежском государственном университете

17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)

Дисциплина может реализовываться с применением дистанционных образовательных технологий, например, на платформе «Электронный университет ВГУ» (<https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11533>).

Перечень необходимого программного обеспечения: ОС Microsoft Windows 7 Enterprise, СКМ Maxima, браузер Mozilla Firefox.

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Основные программы символьной математики	ОПК-4	ОПК-4.1, ОПК - 4.2	Лабораторные работы
2	Основные характеристики программы Maxima, операции математического анализа	ОПК-4	ОПК-4.1, ОПК - 4.2, ОПК-4.3	Лабораторные работы
3	Решение алгебраических уравнений и систем в Maxima. Матричные вычисления.	ОПК-4	ОПК -4.3	Лабораторные работы
4	Дифференциальные уравнения в Maxima Графические возможности Maxima. Обработка данных	ОПК-4	ОПК -4.3	Лабораторные работы. Контрольная работа
5	Приближенные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка в Maxima.	ОПК-4	ОПК -4.3	Лабораторные работы
6	Решение краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений методом конечных разностей.	ОПК-4	ОПК -4.3	Лабораторные работы
7	Метод сеток решения дифференциальных уравнений в частных производных	ОПК-4	ОПК -4.3	Лабораторные работы
Промежуточная аттестация Форма контроля - зачет				Перечень вопросов и заданий к зачету

20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1. Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

Примерный перечень задач для лабораторных работ:

профессиональной деятельности;

2. степени готовности обучающегося применять теоретические и практические знания и профессионально значимую информацию, сформированности когнитивных умений.

3. приобретенных умений, профессионально значимых для профессиональной деятельности.

Текущий контроль предназначен для проверки хода и качества формирования компетенций, стимулирования учебной работы обучаемых и совершенствования методики освоения новых знаний. Он обеспечивается проведением лабораторных работ и контрольной работы.

В ходе контрольной работы обучающемуся выдается КИМ с практическим перечнем из четырех заданий и предлагается решить данные задания в программе Maxima. В ходе выполнения заданий можно пользоваться любой литературой, ограничение по времени 90 минут.

Если текущая аттестация проводится в дистанционном формате, то обучающийся должен иметь компьютер и доступ в систему «Электронный университет». Если у обучающегося отсутствует необходимое оборудование или доступ в систему, то он обязан сообщить преподавателю об этом за 2 рабочих дня. На контрольную работу в дистанционном режиме отводится ограничение по времени 90 минут

При текущем контроле уровень освоения учебной дисциплины и степень сформированности компетенции определяются оценками «зачтено» и «не зачтено», которые формируются следующим образом:

Контрольная работа – по баллу за каждую правильно решенную из 1,3,4 задач контрольной работы, 2 балла за решенную вторую задачу. При получении не менее 4 баллов выставляется оценка «зачтено».

20.2. Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

Перечень теоретических вопросов:

1. Численные вычисления, упрощение выражений, тригонометрические преобразования в Maxima
2. Вычисление пределов, дифференцирование и интегрирование в Maxima
3. Числовые ряды Представление числовых рядов в Maxima
4. Решение алгебраических уравнений в Maxima
5. Матричные вычисления. Определители. Решение систем алгебраических уравнений
6. Дифференциальные уравнения в Maxima
7. Графические возможности Maxima. Обработка данных
8. Метод Эйлера
9. Метод Эйлера-Коши
10. Метод Рунге–Кутта 4 порядка точности
11. Метод конечных разностей решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений
12. Метод сеток решения дифференциальных уравнений в частных производных

Перечень практических заданий:

1. Решить задачу Коши для дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$ на отрезке $[a, b]$, при заданном начальном условии $y(a) = c$ с шагом h : Методом Эйлера, методом Эйлера-Коши, методом Рунге-Кутта 4 порядка, найти величину погрешности в каждом случае, построить графики решений и сравнить приближенные решения с точным решением. Какой из методов дает более точное приближение?

1. $y' = 5x + 2\cos(y + 2.6), y(0) = 1.5, [0,1];$
2. $y' = \frac{xy}{x^2 + y^2}, y(0) = 1, [0,1];$
3. $y' = 3e^x + 2y, y(0.3) = 1.415, [0.3;0.6];$
4. $y' = x^2 + y^2, y(0) = 0.27, [0,1];$
5. $y' = x^2 - xy + y^2, y(0) = 0.1, [0,1];$
6. $y' = x + \sin \frac{y}{3}, y(0) = 1, [0,2];$
7. $y' = 5 - 2\sin(y + x)^2, y(0) = 1.5, [0,1];$
8. $y' = \frac{2y - x}{y}, y(1) = 2, [1,2];$
9. $y' = 2x + \cos y, y(0) = 0, [0,0.1];$
10. $y' = x^3 - y, y(1) = -1, [1,2];$
11. $y' = 2x^2 + xy + 3y^2, y(0) = 1, [0,1];$
12. $y' = 2xy + x^2, y(0) = 0, [0,0.5];$
13. $y' = 7 + 2\sin(y - x), y(0) = 1, [0,1];$
14. $y' = x - \sin \frac{2y}{3}, y(0) = 1, [0,2];$
15. $y' = 2x - y, y(0) = -1, [0,0.5];$

2. Найти решение уравнения $y'' + p(x)y' + q(x)y = f(x)$ на отрезке

$$[a,b] \text{ удовлетворяющего условиям } \begin{cases} \alpha_1 y(a) + \alpha_2 y'(a) = A \\ \beta_1 y(b) + \beta_2 y'(b) = B \end{cases},$$

где $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$ - постоянные и $|\alpha_1| + |\alpha_2| \neq 0, |\beta_1| + |\beta_2| \neq 0$.

1. $y'' + y' - xy = 2x^2, \begin{cases} y'(0.6) = 0.57 \\ y(0.9) - 0.95y'(0.9) = 3 \end{cases}$
2. $y'' + 2y' + \frac{y}{2x} = 10, \begin{cases} y(0.4) = 0.7 \\ y(0.7) - 2y'(0.7) = 3 \end{cases}$
3. $y'' + xy' + 2y = x - 3, \begin{cases} y(0.9) - 4y'(0.9) = -1 \\ y(1.2) = 3 \end{cases}$
4. $y'' + y' - 2xy = x^2, \begin{cases} y(0.6) = 0.5 \\ y(0.9) - 0.5y'(0.9) = 6 \end{cases}$
5. $y'' - 2xy' + y = 1, \begin{cases} y(0.85) - 2y'(0.85) = -1 \\ y(1.15) = 2 \end{cases}$
6. $y'' + 2y' - \frac{y}{3x} = 9, \begin{cases} y(0.4) = 0.1 \\ y(0.7) - y'(0.7) = -3 \end{cases}$
7. $y'' - 3y' + xy = 2.5x^2, \begin{cases} y'(0.5) = 0.6 \\ y(0.8) - 0.8y'(0.8) = 2.5 \end{cases}$

$$8. y'' + 2y' - xy = x^2, \begin{cases} y'(0.5) = 0.4 \\ y(0.8) - 0.8y'(0.8) = 3.5 \end{cases}$$

$$9. y'' - 0.5y' + 1.5xy = -3x^2, \begin{cases} y'(0.6) = 0.6 \\ y(0.9) - 0.9y'(0.9) = 2 \end{cases}$$

$$10. y'' - 3y' + \frac{y}{x} = 7, \begin{cases} y(0.3) = 0.15 \\ y(0.6) - y'(0.6) = -2.5 \end{cases}$$

Промежуточная аттестация предназначена для определения уровня освоения всего объема учебной дисциплины. Промежуточная аттестация по дисциплине «Универсальные математические пакеты» проводится в форме зачета.

Промежуточная аттестация, как правило, осуществляется в конце семестра. Результаты текущей аттестации обучающегося по решению кафедры могут быть учтены при проведении промежуточной аттестации. При несогласии студента, ему дается возможность пройти промежуточную аттестацию (без учета его текущих аттестаций) на общих основаниях.

При проведении зачета учитываются результаты лабораторных работ и контрольной работы. Зачет проходит в форме индивидуального опроса по перечню вопросов к зачету и выполнения в программе Maxima задач из перечня практических заданий. Для получения оценки «зачтено» на зачете в конце 7 семестра у обучающегося должна иметься оценка «зачтено» по контрольной работе, а также должны быть сданы все лабораторные работы. В противном случае, студент должен ответить на соответствующие дополнительные вопросы в ходе проведения зачета.

Критерии оценивания компетенций	Шкала оценок
<p>«Зачтено» выставляется студенту, который прочно усвоил предусмотренный программный материал; знает основы работы с программой Maxima, правильно выполнил предложенные задания на компьютере.</p> <p>Дополнительным условием получения оценки «зачтено» могут стать хорошие успехи при выполнении самостоятельной и контрольной работы, систематическая активная работа на лабораторных занятиях.</p>	«Зачтено»
<p>«Не зачтено» Выставляется студенту, который не справился с 50% вопросов и задач. Не может ответить на дополнительные вопросы, предложенные преподавателем.</p>	«Не зачтено»